Bernard DACOROGNA (EPFL)

"Théorème de Darboux, factorisation symplectique et ellipticité"

Notre premier résultat concerne le théorème classique de *Darboux*. On montre que si $\omega_m = \sum_{i=1}^{2m} dx^{2i-1} \wedge dx^{2i}$ est la forme symplectique standard dans $\mathbb{R}^{2m}$ et f est une forme symplectique quelconque, alors on peut trouver un difféomorphisme φ, avec régularité optimale, satisfaisant

$$\varphi^* (\omega_m) = f \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial \varphi^{2i}}{\partial x_{2i-1}} - \frac{\partial \varphi^{2i-1}}{\partial x_{2i}} \right) = 0 \tag{1}$$

pour autant que f soit proche de ω_m . De plus le système ci-dessus est *elliptique* et nous avons unicité si l'on prescrit une condition de Dirichlet sur le bord.

On applique alors ce résultat à ce que nous appelons la *factorisation symplectique*. Nous montrons que n'importe quelle application φ, satisfaisant des hypothèses appropriées, peut être écrite comme

$$\varphi = \psi \circ \chi \tag{2}$$

où

$$\psi^* (\omega_m) = \omega_m \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial \chi^{2i}}{\partial x_{2i-1}} - \frac{\partial \chi^{2i-1}}{\partial x_{2i}} \right) = 0.$$

L'analogie avec le cas des formes volumes sera discutée longuement. Le premier système (1) devient alors l'équation de Monge Ampère; alors que (2) n'est rien d'autre que la factorisation polaire classique.

Ce travail a été effectué en collaboration avec W. GANGBO et O. KNEUSS.